1. zápočtová písemka z MA III

13.11.2012

1. Na $[0,1]$ vyšetřete bodovou, stejnoměrnou a lokálně stejnoměrnou konvergenci posloupnosti funkcí $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$,
$$f_n(x) = \frac{x^{2n}}{1+x^n},\ x \in [0,1].$$
(9 bodů)

2. Vyšetřete obor spojitosti funkce f a zjistěte, jestli má f derivaci v bodě $x = 1$. Pokud ano, platí nerovnost $f'(1) \geq 3$?
$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{x^2-1}{n^{3/2}})$$
(18 bodů)

3. Sečtěte řadu.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5^n}$$
(12 bodů)

Pro úspěšné napsání písemky je třeba získat alespoň 18 bodů.

Úlohy na doma

H1 Dokažte pomocí rozvoje do Taylorovy řady identitu
$$e^{ix} = \cos x + i \sin x, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

H2 Podle vzorce ze skript napište Fourierovy koeficienty funkce f, je-li na $(0, 2\pi)$ rovna
$$a)\ f(x) = x, \qquad b) f(x) = x^2$$
a na zbytku $\mathbb{R}$ periodicky dodefinována.

H3 Podle vzorce ze skript napište Fourierovy koeficienty funkce f, je-li na $(-\pi, \pi)$ rovna
$$a)\ f(x) = x, \qquad b) f(x) = x^2$$
a na zbytku $\mathbb{R}$ periodicky dodefinována.